

Illustrating the notion of infinity in an environment for visual programming. In Education in Mathematics and Informatics, Institute of Mathematics and Informatics, BAS, Sofia (In Bulgarian).



Виртуална лаборатория за интегрирано изучаване на математика, природни науки и информатика

Евгения Сендова, Илиана Николова

1. Проектът *WebLabs*

“*WebLabs: New representational infrastructure for elearning*” (Нова инфраструктура за електронно обучение) [1] е Европейски научно-изследователски проект, който се изпълнява от консорциум от научни и образователни институции от Англия, България, Италия, Кипър, Португалия и Швеция. В българския екип участват математици, физици и информатици от БАН и Софийския университет, както и учители и ученици на възраст от 10 до 12 години от София и Пловдив.

1.1 Цели и идеология на проекта

Целта на проекта е да изследва нови подходи за представяне и изразяване на съществуващото научно знание и да създаде подходяща инфраструктура за съвместно учене и споделяне на знанията с помощта на съвременни компютърни и комуникационни технологии. В частност, да превърне уеб-пространството в среда, в която учещите да могат да конструират модели, да споделят направеното със свои партньори от други страни и заедно да го обсъждат критично, като по този начин по-добре осмислят своята дейност и съвместно изграждат и обогатяват знанията си. Този процес включва изследване на понятия и идеи от няколко основни области: *Математика, Кинематика и динамика, Сложни биологични системи, Роботика*.

1.2 Компютърната среда *Toon Talk*

Средството за моделиране в WebLabs е анимационната компютърната среда за визуално програмиране *ToonTalk* [2], създадена през 1992 г. в САЩ, преведена на 7 езика и разпространена в САЩ, Англия, Германия, Франция, Португалия, Швеция, Бразилия и Япония. В анимирания свят на *ToonTalk* може да се изграждат и изпълняват разнообразни програми, като се използват вградени средства и създават собствени инструменти посредством обучение на *роботи*.

ToonTalk притежава някои специфични черти, които се оказват подходящи за визуализиране и изследване на математически обекти при работа с ученици от прогимназиалните класове. Математическите дейности по естествен начин се интегрират с култивиране на програмистки умения.

Работата с *ToonTalk* изисква творчество и стимулира овладяването на нови начини за решаване на задачи и, не на последно място, е забавна.

1.3 Системата на сътрудничество

Участващите в проекта ученици имат възможност да работят в сътрудничество с изтъкнати учени от европейски и световен мащаб, както и със свои връстници от други европейски страни. Те са реални участници в научно-изследователски процес, в който се използват нови методи за учене и съвременни компютърни технологии. Използвайки *ToonTalk* като инструмент за моделиране, децата по естествен начин усвояват умения за боравене със съвременни компютърни среди. В процеса на работа се запознават с понятия от областта на математиката, физиката и биологията, като в контекста на добре обмислени дейности формират знания за важни процеси и явления от тези области и сверяват разбирането си за тях с останалите участници в проекта. Общуването се извършва чрез Интернет, като се използва специално подбрана среда за съвместно учене и сътрудничество. Всички участници могат да публикуват индивидуални и групови *уеб-репортажи*, в които да споделят постиженията си, проблемите, с които са се сблъскали и да отправят въпроси и научни предизвикателства към партньорите в проекта.

Периодично се провеждат и видеоконференции, които позволяват общуване в реално време.

1.4 Елементи на електронно обучение (*e-learning*) в проекта

В концепцията на проекта *Weblabs* е заложена идеята за използване на елементи на *електронно обучение (e-learning)* и съответни технологии (това се съдържа и в самото наименование на проекта).

Електронното обучение е такъв тип обучение, при чиято подготовка, провеждане и управление се използват съвременни информационни и комуникационни технологии, включително Интернет. То е атрибут на глобалното информационно общество - породено е от потребностите на съвременния обучаем от по-гъвкаво и отворено обучение и става възможно благодарение развитието на образователните, информационни и комуникационни технологии. Целта на електронното обучение е да обогати традиционните подходи за обучение.

В проекта *WebLabs* елементите на електронно обучение са в следните аспекти:

- Използва се интерактивна компютърна среда, която позволява обмен на информация между компютрите на отделните обучаеми посредством така наречените “птици, летящи на големи разстояния” (*long distance birds*)
- *Уеб-репортажи*: Обменът на уеб-репортажи се извършва с помощта на специализирана софтуерна среда за съвместна работа.

2. Началото

В първоначалната фаза на проекта партньорите подбраха предметни области и ги анализираха с оглед целите на проекта. Разработени бяха *учебни модули* и съответни *програмни инструменти*, чрез които да се изследват избрани понятия и теми от различните предметни области. Бяха обмислени и описани детайлно последователности от учебни дейности, които да се експериментират в учебна среда. Паралелно с това се изследваха различни виртуални среди, за да се избере и адаптира най-подходящата за обмен на идеи, впечатления и разработки между всички участници.

Сформирани бяха и експериментални ученически групи в Англия, България, Кипър, Португалия и Швеция и бяха проведени серии от занятия, в които децата се запознаха със средата *Toon Talk* в контекста на подходящи задачи.

3. Българското участие

Основната задача на българския екип е да участва в разработката на концепцията, учебните материали и софтуерните инструменти, необходими за изследвания в областта на математиката, като експериментира с учители и ученици, обобщава и споделя опита си с останалите участници в проекта.

Българските експериментални ученически групи включват деца на възраст 10-12 години с интереси в областта на математиката. През първата година в проекта участваха ученици от 107 училище – София (преподаватели Невена Събева и Георги Гачев) и от “Академия 21 век” – Пловдив (с преподавател Лиляна Монева). През тази година се сформира и допълнителна група от деца от различни софийски училища (преподавател Георги Гачев). Общото между тях е, че сред близките им има математици или информатици. Този факт доведе до един интересен резултат – в дискусиите се включват вече и някои родители.



София, 2003



Пловдив, 2003

4. Математическите модули в проекта

Последните изследвания в областта на математическото образование потвърждават важността на това математическото знание да бъде използвано функционално в множество различни ситуации и в различен контекст [3]. Това се отнася с особена сила за началните класове от прогимназията, където акцентът обикновено е върху овладяване на специфични технически сръчности и учениците рядко се докосват до по-дълбоки математически идеи. Ето защо участниците в проекта *Weblabs* решиха да изследват до каква степен важни математически понятия като *безкрайност*, *редици*, *редове*, *сходимост*, *изброими и неизброими множества*, *случайни процеси*, *кодиране*, *бройни системи* могат да се разглеждат с учениците в подходяща компютърна среда с цел да се изгради по-добро интуитивно възприемане на тези доста сложни понятия.

Основните математически теми, в които участва българската страна, са:

- числови редици и редове
- безкрайност
- кодиране и бройни системи

Ще споделим впечатленията си от работата ни по темата *числови редици* досега.

Определянето на правило, по което се образува дадена числова редица, вербализирането му и формалният му запис, намирането на формула за общия член при зададена рекурентна връзка са важни математически умения. Преводът на намерената закономерност на изпълним формален език не само обогатява начините на формализация, но и предоставя средства за обратна връзка между учениците и работната среда, като по такъв начин допълнително ги мотивира за работа в математически и информатичен контекст. Основните педагогически цели на проекта, свързани с математическите модули, са формулирани по следния начин [4]:

- да се изгради и обогати математическата интуиция на учениците чрез анализ и генериране на числови редици;
- да се изследват редиците в два аспекта – като *процес* и като *продукт*;
- да се изгради неалгебричен език за описание и разискване на понятията *сходимост*, *разходимост* и *граница на редица*;
- да се развият уменията на учениците да оценяват както аргументите на съучениците си, така и своите собствени;
- да се изгради атмосфера на сътрудничество при изследвания от математическо естество

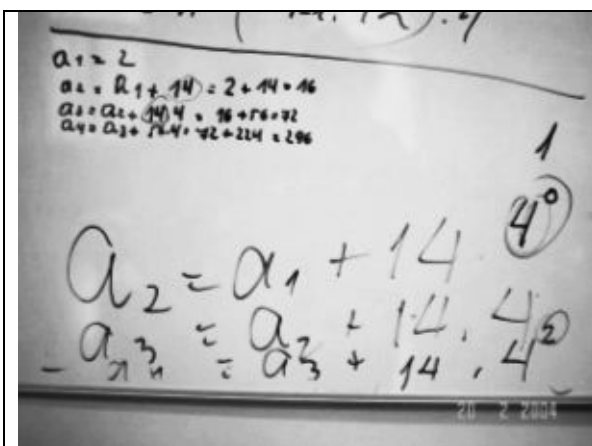
5. Един пример от виртуалната класна стая на проекта

Рита (ученичка от Португалия) публикува на специалната състезателна уеб-страница *Отгатни моя работ* следната редица от числа [5]:

2 16 72 296 1192

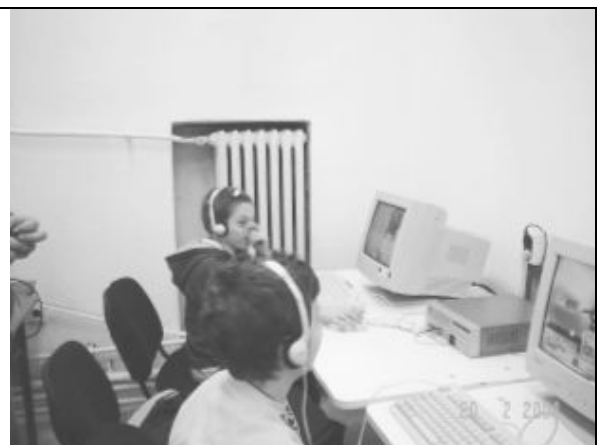
и покани съучениците си от проекта да построят работи, генериращи нейната редица. Ето как се развиха събитията, представени в уеб-репортаж, посветен на възникналата около тази задача дискусия.

6. Фрагмент от уеб-репортаж върху модула *Редици и работи*:

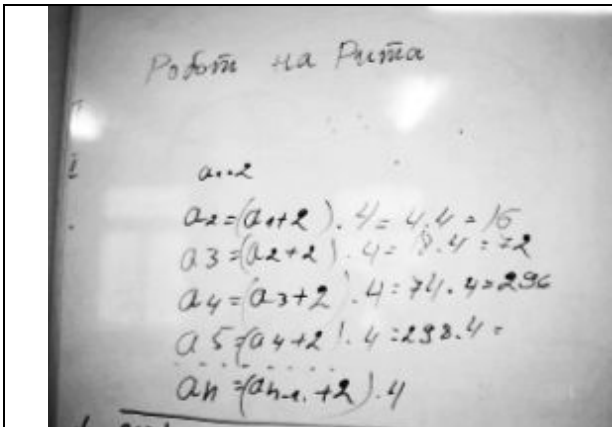


Наско: Нека превода сега моя работ на алгебричен език

Весела: А, значи трябва да представим 1 като 4^0



Теди: Виждам връзката между два последователни члена в редицата на Рита. Сега ще построя свой собствен работ, който да я генерира!



Учителят: Я сега да преведем робота на Рита на алгебричен език. Смятате ли, че роботите на Наско и Рита произвеждат една и съща редица?



Теди: Разбира се! Абсолютно!

Учителят: Откъде сте сигурни? Да вземем например редицата: 3, 5, 7, ...

Теди: Следва 9, какво друго!

Учителят: Аз пък си мислех за 11.

Теди: Разбирам, редицата може да се продължи по още един начин – прибавяме д пъти 2, после два пъти 4 и т.н. Значи мога да напиша общия член така: $a_n = a_{n-1} + 2^n$

Весела: Аз пък мисля, че връзката е тази:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - 1$$


Учителят: Значи не било толкова просто да се отговори. Всъщност аз имах предвид простите числа!






Иван: Моят робот за редицата на Рита също използва два предишни члена:
Формулата е: $a_{n+1} = a_n + (a_n - a_{n-1}) * 4$



Сега пък трябва да сравняваме 3 робота. Какво мислите, господине?

 <p>Учителят мълчи загадъчно...</p>	<p>Учителят: Няма да ви отговоря веднага, но очаквам от вас да помислите върху следните въпроси:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Как се стихте за правилото, по което се генерира редицата на Рита? 2. Кое ви е по-лесно – да превеждате от <i>роботски</i> на алгебричен език или обратно? 3. Как може да се уверим, че няколко робота генерират една и съща редица? Има ли инструмент в Toon Talk, който да ви помогне за проверката? <p>Теди: О, взимте... Само да знаехме как точно действат...</p> <p>Учителят: Другият път ще ви покажа.</p>
--	--

И така, трите редици, за чиято еквивалентност трябва да се произнесем, се описват съответно на алгебричен и на *роботски* език по следния начин [6]:

<p>Рита: $a_{n+1} = (a_n + 2) \cdot 4$ $a_0 = 2$</p>	
<p>Наско: $a_n = a_{n-1} + 14 \cdot 4^{n-1}$ $a_0 = 2$</p>	
<p>Иван: $a_{n+1} = a_n + (a_n - a_{n-1}) \cdot 4$ $a_0 = 2$ $a_1 = 16$</p>	

Еквивалентността на редиците, генерирани от роботите, построени от Рита и Наско, би могла да се докаже например индуктивно. Да се убедим, че на тях е еквивалентна и редицата на Иван, ни помогна **Стефка Димова**, като използва теорията на линейните диференчни уравнения с постоянни коефициенти. И в трите случая за общия член се получава формулата:

$$a_n = 8/3 (7 \cdot 4^{n-1} - 1)$$

Ясно е, че за строго доказателство учениците все още нямат достатъчен математически “багаж”. Струва ни се обаче, че дори сблъсъкът със задачи, чиято формулировка е съвсем достъпна, но за решаването на които са необходими нови средства, а отговорът може да не е известен и на преподавателите им, дава много по-добра представа за природата на математиката като наука.

7. Мнения на участниците

- **За роботите в Toon Talk и за математиката, която се изучава в тази среда**

Еми: Роботите не са като първокласниците, не трябва да им повтаряш едно и също нещо много пъти, а само веднъж и те го научават. Математиката, която учим тук, е лесна, но много по-лесно е да кажеш на някого правилото, отколкото да обучиш робота да го прави. Най-забавно е когато ти сам откриваш правилото. Не винаги човек може да се сети как да обучи роботите, за да генерират редицата. И все пак по-лесно е да обучиш робот, защото не е много лесно да се открие правилото, ако просто наблюдаваш готов робот.

Иван: Мен не ме бива много по думите, аз съм човек на роботите.

- **за общуването с връстниците им от други страни и с учениците от проекта**

Еми: Общуването от разстояние, с хора, които не познаваш, е много интересно, особено когато хората са интересни, защото ти дават редици, които са предизвикателство за теб. И реагират, когато ти ги решиш. И ти се радват, ако предложиш различно решение от тяхното. И даже виждат нови приложения на роботите, които ние сме конструирали.

Иван: Аз попитах Ишай и Кен, които бяха активни потребители в момента, говорят ли български. Оказа се, че първият е млад учен от Израел, който работи в Лондон и баща му е от България. Но той говори само английски, а родният му език е еврит. Дори ми написа нещо на тяхната азбука. А Кен бил авторът на средата Toon Talk и говорел английски и шведски. После Ишай ме запита какво е отношението между две десетични дроби. Попитах и баба си, която е математичка. Тези задачи ги няма в нашите учебници и ми е много интересно, че мога да ги обсъждам и вкъщи.

- **за общуването от разстояние**

Яна: Най-много ме зарадва, че можах да реша задачата, а не че ме хвалят, че съм велика

Еми: При общуването чрез Интернет искам хората да са искрени, дори когато не ги виждат. А в този проект чувствам, че е така. Виждам повече мнения за една и съща задача, виждам други решения, какво мислят за тази задача. Научавам нови неща не само от учителите, а и от другите деца. Хубаво е учениците да се интересуват от това, което мислят останалите хора и да усъвършенстват програмите си. При това общуване се учат не само учениците, но и учителите и учениците. При учениците усещаш някаква степен на мъдрост. И в това, които ни питаха и обратно, в това, което ни отговаряха. По-малките по някой път отговаряха кратко: да, не, къде живееш, имаш ли брат или от сорта. А учениците ни питаха: "Имаш ли някаква решение, можеш ли да го подобриш?".

- **И едно родителско мнение**

Нещата се правят по начин, който е далеч от традиционното училище и децата виждат страни от математиката, която иначе остават скрити, защото имат възможност да експериментират, за което в часовете не остава време. Добиват и умения и за моделиране. Развиват мисленето, а не механичното прилагане на правила

за даден тип задачи. Децата са едни от най-активните потребители на Интернет, правят лични контакти и търсят приятели и гаджета. Този проект е от редките случаи, когато обсъждат съвсем сериозни теми и предизикателства. Общуват деца и възрастни и това учи едните и другите на толерантност и взаимно уважение. А в бъдеще хората ще общуват в голяма степен дистанционно (в реално време или не).

8. Заключение

Ефектът от заниманията на децата в *Weblabs* не се изчерпва само с изучаването на определени аспекти от избраните предметни области, а има много по-широк обхват.

От една страна, се стимулира *изследователският подход при решаването на задачи* – децата свикват да поставят и да търсят отговор на въпроси, независимо от тяхната сложност. Те развиват усещане за математиката като наука и представител на другите науки – област, в която съществуват хипотези, експерименти и нерешени проблеми. Те са партньори в изследователския процес и могат да влияят върху развитието на компютърната среда (общуват електронно с автора на средата) и на проектирането на учебната дейност.

При това работят в екип и общуват с учени, учители и връстници както локално, така и глобално. В процеса на това общуване те добиват специфичен социален опит и са стимулирани и подпомагани да изградят ценни личностни умения, като:

- способност да генерират и изразяват идеи;
- да представят резултатите от работата си според определен стандарт;
- да споделят опита си чрез електронно общуване;
- да водят дискусия и да работят в екип;
- да бъдат критични към онова, което публикуват във виртуалната среда, както и към публикуваното от други

Благодарности: Благодарим на всички партньори (малки и големи) от проекта *WebLabs: New representational infrastructures for e-learning; IST 2001-3220*.

Литература

1. Weblabs <http://www.weblabs.eu.com/>
2. ToonTalk <http://www.toontalk.com>
3. ICMI, Study 14, *Application and Modelling in Mathematics Education*, Discussion Document, 2003.
4. Mor, Y, Sendova, E. ToonTalking about mathematics in I. Derzhanski, H. Dimitrova, S. Grozdev, E. Sendova (Eds) *History and Education in Mathematics and Informatics, Attracting Talent to Science*, Proceedings of the International Congress MASSEE 2003, p.36-43
5. <http://www.weblabs.eu.com/JSPWiki/Wiki.jsp?page=GuessMyRobotGame>