

INVESTIGANDO NÚMEROS COM O USO DAS TIC NA MATEMÁTICA ESCOLAR: O EXEMPLO DO USO DO *TOONTALK* NO PROJECTO *WEBLABS*¹

XIV SIEM: Seminar of Mathematic Investigation and Education, Santarém, Portugal. APM - Associação de Professores de Matemática

João Filipe Matos, Centro Nónio, Projecto *WebLabs* CIE-FCUL, jfmatos@fc.ul.pt

Ana Alves, EB 2.3 Vale de Milhaços, Projecto *WebLabs* CIE-FCUL, anaalves78@iol.com

Paula Félix, Bolseira do ME, Projecto *WebLabs* CIE-FCUL, paulafelixferreira@sapo.pt

Susana David, St. Peter's School, Projecto *WebLabs* CIE-FCUL, susdav@iol.pt

Vanda Ramos, St. Peter's School, Projecto *WebLabs* CIE-FCUL, vanda.ramos@netc.pt

Resumo

Existem diversas opções e possibilidades de concretizar a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação na aprendizagem escolar da Matemática. Uma possibilidade é envolver os alunos em actividades de natureza investigativa através da construção ou exploração de micromundos temáticos com base numa plataforma computacional, como por exemplo o *ToonTalk*, utilizado no projecto *WebLabs*. Permitindo que os alunos inspecionem o funcionamento desses micromundos, ou Módulos Transparentes tal como são designados neste projecto, dá-se a possibilidade de transformar os computadores e as redes de computadores em bancadas de experiências em Matemática.

Esta comunicação tem como objectivo analisar e discutir uma forma como as TIC podem constituir uma ferramenta de mediação para o trabalho escolar em Matemática. Assim, apresenta-se em termos gerais (i) os objectivos do projecto *WebLabs* e o ambiente de trabalho em que decorreram as actividades que serviram de campo empírico a esta investigação, (ii) os elementos teóricos que sustentam a análise feita, nomeadamente no que respeita às noções de actividade investigativa, aprendizagem matemática e mediação, e (iii) os resultados da análise efectuada.

Introdução

Como foi possível o atentado de 11 de Setembro de 2001? A pergunta surge espontaneamente. Logo de seguida, surgem diversas teorias que procuram explicar os

¹ O Projecto *WebLabs – new representational infra-structures for e-learning* é financiado pela Comissão da Comunidade Europeia (Programa *Information Society Technology*) através do contrato No. IST 2001-32220 *WEBLABS*.

acontecimentos e atribuir responsabilidades, desde as chamadas ‘teorias da conspiração’ (apontando, por exemplo, para os interesses das grandes companhias petrolíferas norte americanas e de alguns meios políticos do médio-orientes), as teorias que apelam às questões de natureza religiosa (afinal tão antigas como os próprios humanos), etc. Mas de facto tratam-se de teorias que são apontadas como não tendo base científica, isto é, não resultaram de uma abordagem investigativa. Após a investigação dos acontecimentos – procurando reconstruir o que aconteceu e que factos contribuíram para a possibilidade e realização do atentado – surgirão uma ou várias teorias que serão sujeitas à opinião pública, à classe política, às comunidades dos académicos das ciências políticas, etc., e serão encaradas exactamente como aquilo que são: teorias. Pode ser mais ou menos difícil distinguir teorias que resultaram de uma abordagem cientificamente aceite pelas comunidades de investigação, daquelas que surgem como meramente especulativas. Aquilo que conferirá credibilidade às teorias será, simultaneamente, as metodologias empregues na investigação, as fontes utilizadas e a aceitação da comunidade a quem a questão em investigação mais interessa.

O que caracteriza a investigação é simultaneamente o seu carácter intencional, sistemático e público. A intencionalidade tem um sentido lato neste quadro. Mesmo que acreditemos que nada acontece por acaso, no decurso de uma investigação, em qualquer área, há elementos que surgem sem terem sido previamente planeados². Mas é a intencionalidade que caracteriza a actividade de investigação – não a descoberta accidental. A sistematicidade acrescenta a esta dimensão da intencionalidade o carácter planeado e antecipatório da investigação – tipicamente os cientistas antecipam ou prevêem resultados que depois confrontam com as suas experiências ou as suas análises. Por outro lado, a investigação literalmente só existe se adquire um carácter público, ou seja, se é partilhada, discutida e aceite pela comunidade científica de referência. Isto sucede, por exemplo, com a comunidade matemática como recentemente se verificou com a demonstração do teorema de Fermat.

E qual a situação da actividade de investigação na Escola? Até que ponto é legítimo pensar e argumentar que se mantém o essencial das características da investigação?

Os matemáticos estão profundamente motivados e interessados em fazer investigação matemática – essa é a sua actividade – os alunos, não. Os motivos dos alunos são distintos dos dos matemáticos, serão obter sucesso nas aulas, agradar ao professor, aos pares, aos pais, etc, embora haja a componente de auto-satisfação que tem que ver com o auto-conceito. Mas pode-se trabalhar com os alunos de modo que os motivos emergentes da sua actividade

² Os trabalhos de Pierre e Marie Curie sobre a radioactividade são apontados como estando recheados de exemplos clássicos do imprevisível e do accidental na investigação.

passem também por um interesse mais genuíno e mais profundo pelos problemas matemáticos que lhes são apresentados.

Os tempos e os espaços dos alunos e dos matemáticos não são comparáveis. A actividade de investigação na aula de matemática, na escola, (tal como a conhecemos) será sempre uma actividade *organizada pelo professor*; embora intencional, não é uma actividade totalmente espontânea (os alunos dirigem-se diariamente à escola não para fazer investigação mas por obrigação, *para aprender*), no entanto, pode-se acentuar a liberdade dos alunos criando tempos e espaços mais flexíveis (clubes de matemática, sessões *WebLabs*,...) em que não estejam tão presentes os constrangimentos da organização escolar.

O carácter público da investigação não se reconhece na Escola, no entanto, pode-se acentuar a natureza semi-pública das actividades desenvolvidas na aula, criando espaços e tempos para os alunos apresentarem e discutirem o seu trabalho com os colegas da sua e de outras turmas. Impõe-se, portanto, repensar a situação da actividade de investigação matemática na Escola. Quando a recontextualizamos e a colocamos como uma opção pedagógica interessante e importante?

O Projecto *WebLabs*

O Projecto *WebLabs* tem como principal finalidade criar e construir novas formas de representar conhecimento científico em comunidades de aprendizagem. Este projecto baseia-se na construção colaborativa, descrição e interpretação de modelos de funcionamento de mecanismos reais e virtuais, e na partilha de conhecimento com outras culturas e outros países. As entidades envolvidas são universidades e escolas em Bulgária, Chipre, Inglaterra, Itália, Portugal e Suécia. Em Portugal, o projecto envolve trabalho com alunos de 7º, 8º e 9º anos, em sessões semanais realizadas, em horário não lectivo, em três escolas.

A equipa deste projecto é da opinião que possíveis mudanças na forma como o conhecimento é representado estão intimamente ligadas à aprendizagem e à democratização do poder intelectual, permitindo, desta forma, que grupos menos privilegiados na Europa tenham acesso ao conhecimento. Um desafio posto aos educadores é a construção de sistemas de aprendizagem (especialmente na Matemática e nas Ciências) que explorem as potencialidades dos novos *softwares* e da *Internet*, para expor, demonstrar, descrever e partilhar a forma como um dado sistema funciona. O desafio é construir um sistema que esteja aberto e acessível, que permita aos alunos trabalhar com novos meios (ferramentas multimédia) e que, simultaneamente, lhes permita ver o que é que funciona e como é que funciona.

A equipa deste projecto distinguiu dois elementos de trabalho como suporte técnico proposto para o *WebLabs*: (a) conjuntos de Módulos Transparentes (MT), onde os alunos poderão criar modelos de domínios de conhecimento através de infra-estruturas representacionais que serão produzidas utilizando *software* construído na forma de MT. Utilizando estes módulos, os alunos poderão criar modelos digitais e as correspondentes experiências reais. Será utilizada uma “ponte de dois sentidos” entre o virtual e o físico para explorar e compreender as relações entre modelos e realidade; (b) relatórios na *Web* (*Webreports*), construídos em colaboração e de uma forma dinâmica, têm por objectivo ultrapassar a passividade da *Internet*, que muitas vezes é vista apenas como uma fonte de informação, ao invés de uma forma de construir e partilhar conhecimento. Os alunos poderão criar, partilhar e modificar descrições, análises e conclusões que tenham desenvolvido no seu trabalho utilizando os MT. São objectivos deste projecto:

- Criar e utilizar conjuntos de MT que controlem objectos reais e virtuais, e ofereçam novas estruturas representativas de infra-estruturas de alguns domínios do conhecimento;
- Criar propostas educacionais através das quais os alunos poderão explorar os domínios, referidos no ponto anterior, com os MT;
- Disponibilizar metodologia e tecnologia adequada para que os alunos possam criar *webreports*, que incluam os modelos de trabalho explorados através dos MT;
- Desenvolver formas de avaliar conhecimento com referência à inter-relação entre as novas estruturas representacionais e o desenvolvimento dos alunos, relativamente aos domínios explorados nos seus *webreports*;
- Avaliar os conhecimentos dos alunos, não só como participantes no *WebLabs*, mas também como indivíduos da comunidade escolar, utilizando os métodos já referidos;
- Trocar informações com outras comunidades dentro e fora da Europa.

Descrição e Análise da Experiência

Tipicamente os matemáticos trabalham num domínio bastante restrito da Matemática. Os problemas e as questões de investigação são definidos nesse domínio e as ferramentas utilizadas são essencialmente parte do reportório desse domínio de investigação.

Naturalmente que os problemas não surgem necessariamente apenas de dentro da Matemática, muitas vezes a sua origem (e a sua motivação) está mais noutra domínio como por exemplo a Economia ou a Meteorologia³. Mas ao constituir-se um domínio de investigação tende a criar-

³ Edward Lorenz (1993) dá-nos excelentes exemplos de como as teorias do caos emergiram dos problemas de previsão meteorológica.

se um conjunto de elementos que o caracterizam com fronteiras e regras de operação mais ou menos bem definidas. É também no particular de um domínio restrito e bem definido de investigação que reside o poder e a capacidade de desenvolvimento de ideias poderosas e fecundas, muitas vezes aplicáveis subsequentemente em outros domínios de trabalho. Papert (1980) elabora a ideia de micromundo baseado num ambiente computacional, que designou de *Logo*, referindo-se a um domínio específico e relativamente bem definido no qual as crianças operam com conceitos complexos a que não teriam acesso através de outros meios⁴. A noção de micromundo tem sido utilizada por diversos autores em diversos projectos para designar um domínio de trabalho/actividade com regras específicas a que os utilizadores têm acesso e que podem inspeccionar e alterar. Esta é a ideia base da noção de Módulo Transparente subjacente ao trabalho em desenvolvimento no Projecto *WebLabs*. Um MT é uma *package* constituída por um conjunto de propostas de trabalho ligadas a um ou a diversos objectos criados com a linguagem *ToonTalk* (TT) e que os alunos podem usar, inspeccionar e alterar de acordo com os seus objectivos. Alguns MT desenvolvidos no projecto serão demasiado complexos e sofisticados para serem compreendidos pelos alunos, mas o princípio é que estes possam ter acesso a algum patamar de compreensão dos processos que sustentam o seu funcionamento. Os MT constituem micromundos que servem de bancadas de experiência aos alunos em domínios específicos. Estes micromundos são partilhados por alunos em diferentes grupos de trabalho, diferentes escolas e diferentes países, colocando a noção de realidade virtual⁵ aplicável a temas de trabalho tais como as colisões de corpos, as sequências numéricas, a encriptação, etc.

O TT é simultaneamente uma linguagem de programação e um jogo de computador. Tal como os MT, o TT consiste num micromundo no qual o aluno, para explorar, interage com personagens animadas que o vão ajudando a construir objectos matemáticos, físicos, etc. Para apresentar aos alunos este *software*, a equipa adoptou a estratégia de explorar a opção *Puzzles*⁶, inserida neste programa, uma vez que seria um modo de ver e compreender como as ferramentas funcionam e como a partir delas podem construir novos objectos.

Nos *puzzles* são propostas várias tarefas, pelo ET *Marty*⁷, que o aluno deverá levar a cabo, utilizando as ferramentas disponibilizadas pelo programa. O objectivo destes *puzzles* é ajudar

⁴ Para uma discussão mais extensa da ideia de micromundo ver, por exemplo, Matos (1991).

⁵ Levy (1995) discute de um modo muito interessante a noção de realidade virtual, confrontando o (pouco) que sabemos acerca da *realidade* com a construção de hiper-realidades através de meios computacionais. Um MT, tal como desenvolvido no projecto *WebLabs*, pode ser considerado um objecto que contribui para a criação de um tipo de realidade virtual associada a um determinado domínio de conhecimento e que serve de plataforma para o desenvolvimento e representação do conhecimento por parte dos alunos através da experimentação, análise, discussão e publicação de *webreports*.

⁶ Opção do *Menu* do TT que permite ao utilizador realizar uma sequência de tarefas guiadas

⁷ Personagem que representa o papel de ajuda no TT.

o ET a concertar a sua nave, que se encontra avariada na Ilha *Zizzle*, a partir da execução de tarefas bastante claras e objectivas. Estas permitem que os alunos vão compreendendo as metáforas associadas a cada uma das ferramentas do TT e apreendam gradualmente cada uma das suas funções (este é o objectivo implícito das tarefas propostas). Estas metáforas estão associadas à linguagem de programação, revelando-se vantajosa relativamente à linguagem formal, utilizada pelos programadores, uma vez que seria difícil de aprender e difícil de construir pelos alunos.

Os alunos rapidamente interiorizaram as funções de cada uma das personagens, uma vez que o aspecto gráfico destas ferramentas facilita a associação à sua função, por exemplo: a personagem *Dusty* (aspirador) permite limpar/aspirar/repor diferentes objectos, a Varinha Mágica permite copiar um objecto...

A dificuldade dos *puzzles* cresce gradualmente. Inicialmente, o objectivo é trabalhar individualmente com cada uma das ferramentas e, posteriormente, relacioná-las e utilizá-las em conjunto. Por outro lado, o grau de dificuldade de execução de cada tarefa vai progressivamente evoluindo.

O TT permite também elaborar programas com procedimentos e ciclos recursivos utilizando, para isso, a personagem *Robot*. Apesar de os alunos terem interiorizado rapidamente a função desta personagem, que é repetir indefinidamente aquilo para que foi treinado, apresentaram dificuldades significativas na escolha e conjugação dos vários passos necessários para a treinar. Na maioria dos casos, os alunos percebiam o que era proposto, no entanto, não sabiam que procedimentos deveriam adoptar de forma a construir o algoritmo necessário à sua concretização. Estes procedimentos permitiam criar programas recursivos úteis para a concretização de vários objectivos, como por exemplo: a construção de sequências numéricas e não numéricas.

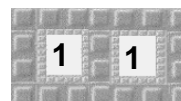
Da análise realizada do trabalho desenvolvido com os *puzzles*, verificou-se que a sua utilização sistemática condicionava o espírito investigativo dos alunos. Por exemplo, em situações de erro, os alunos não tentavam compreender o erro efectuado, uma vez que recorrendo às instruções dadas pelo ET poderiam corrigi-lo imediatamente. A grande direcionalidade dos *puzzles* limitava também a criatividade dos alunos, pois as ferramentas a utilizar eram fornecidas pelo próprio jogo, bem como o número de procedimentos a efectuar. No entanto, a utilização de alguns *puzzles* poderá ser um primeiro passo para uma actividade de carácter investigativo. Por exemplo, no TT existe uma sequência de dois *puzzles* em que, no primeiro, é pedido a construção do número 87, como soma de termos da sequência de potências de base dois (construída anteriormente) e, no segundo, pede-se ao aluno que reproduza a escrita desse número em sistema binário sem, no entanto, o referir explicitamente,

pedindo apenas a escrita do número 1001010 nesse sistema, usando o mesmo método do *puzzle* anterior. Analisar o que está ‘por trás’ (da intencionalidade) dos *puzzles* poderá ser um ponto de partida para uma investigação que permita perceber a relação que existe entre estes dois números (87 e 1001010).

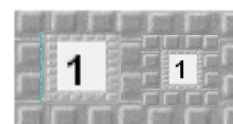
Desta reflexão surgiu a necessidade de criar uma proposta de trabalho, menos guiada, que estimulasse progressivamente a autonomia do aluno e onde as ferramentas a utilizar e os procedimentos fossem escolhidos por ele. Neste sentido, a proposta foi elaborada para que os alunos iniciassem a exploração da opção *Free Play*⁸. Houve necessidade, ainda, de criar momentos de registos escritos do trabalho, por parte dos alunos, de forma a permitir uma melhor reflexão sobre o mesmo e momentos de discussão entre pares, no sentido de melhorar o seu trabalho e reconhecer a importância do erro como forma de progredir no processo de aprendizagem.

Foi proposto aos alunos que criassem um algoritmo que permitisse construir, no *Free Play*, a sequência numérica das potências de base dois. Os alunos começaram por explorar o novo ambiente – *Free Play* – ignorando a proposta apresentada. A descoberta de novas ferramentas e a expectativa de instruções por parte do ET (como ocorre nos *puzzles*) afastou a atenção dos alunos da tarefa que era proposta, até que ao fim de algum tempo, e não tendo qualquer *feedback* do ET, começaram a questionar sobre o que se pretendia fazer. Foi nesta altura que as professoras chamaram a atenção para a existência de uma proposta que não tinha sido lida por eles até então. Após a leitura da tarefa, a maioria dos alunos recordou procedimentos idênticos efectuados nos *puzzles*, tendo percebido que seria necessário treinar o *Robot* a construir a sequência e que, para isso, teriam que lhe fornecer alguns objectos. No entanto, começaram por ter dificuldade em saber quais e quantos objectos seriam necessários para a construção do algoritmo, optando pela estratégia ‘tentativa e erro’.

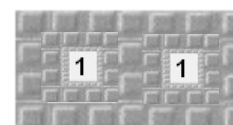
“Eu, no 1º dia em que comecei a fazer esta tarefa, levei para o pensamento do Robot o seguinte:



mas hoje reparei que deveria pôr o 1 numa caixa e pôr dentro de outra pois, senão não daria a sequência numérica.



Depois de experimentar isto, reparei ainda que os dois n.ºs 1 precisavam de caixa, pois se fosse só um, depois tínhamos de copiar esse n.º na caixa antes de juntar e assim, para o Robot, estava tudo desarrumado. Então levei para o pensamento uma caixa com dois n.ºs 1 [cada um] dentro de uma caixa.”



⁸ Opção do *Menu* do TT que permite ao utilizador realizar tarefas livres

Exemplo 1: Excerto do registo escrito da Cláudia

A construção do algoritmo foi, igualmente, um processo difícil para os alunos, tendo sido necessário, antes de o construir, perceber como evoluía a sequência pretendida bem como o processo de construção, ou seja, antes de criar a sequência os alunos tiveram necessidade de se apropriar do conceito (condição necessária para a construção das estruturas neste programa). Outros alunos, recordando uma tarefa idêntica num dos *puzzles*, resolveram voltar a este para analisar o que na altura tinham construído. A vantagem dos primeiros, relativamente a estes alunos, revelou-se na diversidade de soluções propostas bem como na, já referida, apropriação de conceitos. A existência de diferentes algoritmos que permitissem ao *Robot* executar a tarefa pretendida marcou as discussões que surgiram entre os alunos. Aqui, estes compreenderam que, ao contrário do que estavam habituados nos *puzzles*, no *Free Play* existe a possibilidade de encontrar várias resoluções possíveis para a mesma tarefa.

[Para treinar o Robot] peguei na Varinha, copiei o 1 da esquerda e coloquei na caixa da esquerda, copiei a caixa com o 2 e pus cá fora, depois peguei na caixa do 1 [da direita] e coloquei no lado esquerdo da caixa do 2.

No fim pus os dois números na caixa da direita. Saio do pensamento do Robot com [a tecla] Esc, dou a caixa que está cá fora ao Robot. Pego no Dusty e aspiro as caixas com os números que estão dentro do pensamento do Robot. Dou a caixa dos números que está cá fora ao Robot.

Exemplo 2: Excerto do registo escrito da Rita

Levei uma caixa dentro de outra caixa com um 1 lá dentro, para o pensamento do Robot. [Para treinar o Robot] tiro a caixa com o 1 de dentro da outra caixa, vou buscar uma caixa à Tooly e colo à esquerda da caixa com o 1. Copio com a Varinha o 1 e coloco na caixa da esquerda e volto a copiar esse 1 e ponho também na caixa da esquerda e dá 2. Arrumo as duas caixas na caixa vazia e saio do pensamento do Robot. Dou-lhe a caixa que ficou cá fora e ele faz o que lhe mandei. Apago a caixa que está dentro da caixa no pensamento do Robot. Dou outra vez a caixa que está cá fora ao Robot e ele faz o resto sozinho.

Exemplo 3: Excerto do registo escrito da Sara

A análise dos registos escritos pelos alunos permitiu observar, tanto o tipo de dificuldades sentidas ao longo do processo, como os vários caminhos percorridos até alcançarem um algoritmo que construísse a sequência pretendida. De início, houve bastante dificuldade, por parte dos alunos, em fazer estes registos. Além disso, o momento em que os alunos fizeram os seus registos condicionou a sua análise. Alguns alunos foram fazendo anotações ao longo da experiência, enquanto outros só a relataram após encontrarem a situação de sucesso. Dentro deste grupo, uns apenas registaram essa situação, enquanto outros ainda fizeram referência a partes de situações de insucesso. O modo como os registos foram feitos reflectiu-se nos momentos de discussão entre os pares, pois estes alunos não conseguiam reconstituir alguns erros cometidos, sabendo apenas que tinham errado. Em oposição, os alunos que foram

registando os vários procedimentos ao longo do seu trabalho puderam mais facilmente progredir na construção do algoritmo, percebendo que a Bomba⁹ é menos útil do que à partida poderia parecer, uma vez que a sua utilização implica recomeçar todo o processo. Nesta fase, os alunos perceberam que os erros que vão cometendo ao longo do processo são importantes para a sua aprendizagem e não têm o carácter negativo que habitualmente lhe está associado. Como diria a Ruth, “(...) afinal a errar também se aprende!”.

Conclusão

Quando o Euro foi introduzido em Portugal muitas pessoas cometeram erros de cálculo na conversão dos escudos e, provavelmente, ainda há muitos enganos. Terão que passar alguns anos para que as pessoas integrem a nova estrutura monetária no plano cognitivo e no plano cultural, já que a mudança do modo de pensar em escudos, ou contos, para euros exige essencialmente tempo. Mas é notório que as crianças que tomaram contacto com a estrutura do Euro apresentam comparativamente menos dificuldades dado que a *linguagem monetária materna* é o Euro. É um pouco como as dificuldades que podemos sentir em aprender chinês quando observamos as crianças chinesas com 5 anos a falar fluentemente a sua língua materna. Se é reconhecido que algumas das aprendizagens mais complexas que os humanos fazem se concretizam com sucesso num meio adequado, parece natural concluir que aprender matemática tem necessariamente que passar pela imersão dos alunos num ambiente matemático¹⁰. Mas é preciso promover um ambiente matemático que fomente o desenvolvimento dos alunos como ‘pessoas’, que valorize os aspectos sociais e culturais da matemática, que chame a terreno o mundo em que os alunos vivem, não só na sua dimensão local e regional mas também nacional e internacional, que ajude os alunos a reconhecerem o sentido dos conceitos e processos matemáticos e que coloque em contexto a sua prática de pensar matematicamente.

A investigação matemática escolar faz necessariamente parte desse cenário. E os meios computacionais constituem elementos que ajudam a construir plataformas e micromundos poderosos para as investigações.

⁹ Ferramenta para “reciclar” casas, isto é, destrói a programação que se está a construir para se reiniciar novo programa.

¹⁰ Esta questão é fulcral mas encerra em si mesma o reconhecimento de que os alunos actualmente são de facto imersos num ambiente matemático (escolar) de um certo tipo que tradicionalmente reforça a memorização de factos e procedimentos matemáticos, coloca o ênfase no cálculo e apela à mecanização de processos e definições com vista a satisfazer critérios de avaliação igualmente tradicionais. Por isto mesmo, não basta dizer que os alunos devem ser imersos num ambiente matemático (qualquer). É preciso caracterizar esse ambiente, colocando de fora as práticas tradicionais da aula de matemática que distinguem a teoria da prática como se duas entidades distintas se tratassem, que apresentam teoremas e propriedades como caídos do céu sem corresponder a qualquer necessidade do trabalho dos alunos, que colocam como critério essencial na avaliação a resposta certa, etc.

Referências

- Levy, T. (1995). Em que mundo(s) vivemos nós? In J.F. Matos et al. (Eds), *Matemática e Realidade: que papel na Educação e no Currículo?* pp. 7-24. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Lorentz, E. (1993). *The Essence of Chaos*. London: University College London.
- Matos, J.F. (1991). *Logo na Educação Matemática*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Paper, S. (1980). *Logo, computadores e Educação*. São Paulo: Editora Brasiliense.